



**Olimpiada Națională de Matematică**  
**Etapa locală, 11 februarie 2012**  
**Clasa a -XII-a**

**Varianta 2**

1. Fie mulțimea  $M = \{X \in M_3(C) \mid \det(I_3 + X) \neq 0\}$  și legea de compoziție  $X * Y = XY + X + Y$ ,  $(\forall) X, Y \in M$ .

a) Arătați că  $(M, *)$  este grup.

b) Cercetați dacă grupul  $(M, *)$  este izomorf cu grupul multiplicativ al unităților inelului  $(M_3(C), +, \cdot)$

\*\*\*

2. Fie  $f : [a, b] \rightarrow R$  o funcție derivabilă cu derivata continuă . Să se arate că

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) \cdot \sin nxdx = 0 .$$

\* \* \*

3. Pe mulțimea  $M = \{a, b, c\}$  se definesc 730 legi de compoziție. Arătați că printre acestea există cel puțin una care nu este comutativă .

R.M. T

4. Să se demonstreze că funcția  $f : R \rightarrow R$ , unde  $f(x) = \begin{cases} \cos \frac{x^2 + 1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ , admite

primitive.

**Notă:**

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte